روشهای ناپارامتری
(Nonparametric Methods)

دکتر یدا... محرابی

روشهای ناپارامتری، مجموعه ای از تکنیکهای آماری برای تحلیل داده های عددی هستند که هیچ پیش فرضی در ارتباط با توزیع جامعه ندارند. به عنوان مثال برای انجام z-test ، t-test ، تحلیل واریانس، ضریب همبستگی پیرسن و ... فرض بر این است که توزیع متغیر مورد نظر طبیعی باشد. در صورتی که چنین فرضی برقرار نباشد و نتوان با انجام تبدیلهای ریاضی، به توزیع طبیعی رسید می توان از روشهای ناپارامتری معادل بهره جست. مزیت دیگر روشهای ناپارامتری این است که می توان آنها را برای تحلیل داده های ترتیبی (مانند نمره) و نیز زمانی که تعداد نمونه کم است بکار برد.

در اینجا ابتدا نحوه رتبه بندی داده ها را بیان کرده، سپس به معرفی چند روش ناپارامتری می پردازیم.

رتبه بندی داده ها

در بسیاری از آزمونهای ناپارامتری نیاز داریم که داده ها را رتبه بندی کنیم. به عنوان مثال بهره هوشی (IQ) پانزده کودک به صورت زیر ثبت شده اند:

۱۱۲ ۹۳ ۱۱۸ ۹۸ ۱۱۰ ۹۹ ۹۸ ۱۱۸ ۱۰۵ ۱۰۸ ۱۱۰ ۹۰ ۱۲۰ ۱۱۵ ۱۱۰

برای دادن رتبه، ابتدا داده ها را به شکل صعودی مرتب می کنیم:

۱۲۰ ۱۱۸ ۱۱۸ ۱۱۵ ۱۱۲ ۱۱۰ ۱۱۰ ۱۱۰ ۱۰۸ ۱۰۵ ۹۹ ۹۸ ۹۸ ۹۳ ۹۰

سپس به کوچکترین داده رتبه ۱، به عدد بزرگتر از آن رتبه ۲ داده و این کار را ادامه می دهیم. بدیهی است که رتبه بزرگترین عدد n (در اینجا ۱۵) خواهد بود. در صورتی که دو یا چند عدد مساوی داشته باشیم میانگین رتبه های آنها را در نظر می گیریم. در این مثال عدد سوم و چهارم هر دو ۹۸ هستند که رتبه آنها برابر ۳/۵=۲/(۴+۳) می باشد. همچنین اعداد هشتم، نهم و دهم برابر ۱۱۰ هستند بنابراین رتبه عدد ۱۱۰ برابر ۹=۳/(۱۰+۹+۸) است:

X:	۹۰	۹۳	۹۸	۹۸	۹۹	۱۰۵	۱۰۸	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۲	۱۱۵	۱۱۸	۱۱۸	۱۲۰
Rank:	۱	۲	۳/۵	۳/۵	۵	۶	۷	۹	۹	۹	۱۱	۱۲	۱۳/۵	۱۳/۵	۱۵

مجموع رتبه های n عدد برابر مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n می باشد که برابر $\frac{n(n+1)}{2}$ است، در این مثال مجموع رتبه های داده شده برابر $120=\frac{15(16)}{2}$ می باشد.

آزمون علامت[1]

ساده ترین آزمون ناپارامتری، آزمون علامت است. چند نمونه از زمینه کاربرد این آزمون عبارت است از:

- در حالتی که متغیر کیفی بوده، تغییر در آن بعد از مداخله نسبت به قبل از مداخله مورد بررسی قرار گیرد.
- در حالتی که داده ها ترتیبی یا کمی بوده و فقط تغییر در آنها مورد نظر باشد نه اندازه تغییر. مثلاً فقط کاهش یا افزایش در قند خون مورد نظر باشد و به مقدار افزایش یا کاهش توجهی نداشته باشیم.

مثال: دوازده نفر از دانش آموزان یک مدرسه کودکان استثنا یی انتخاب شده و بهداشت دهان آنان بررسی شده است. سپس نحوه مسواک زدن به آنان آموزش داده شده و پس از یک ماه مجدداً بهداشت دهان آنان ارزیابی گردیده است نتایج به صورت زیر به دست آمده است:

شماره فرد:	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
نتیجه:	+	−	+	۰	−	+	+	+	−	+	۰	+

در اینجا علامت "+" به منزله بهتر شدن، "-" به منزله بدتر شدن و "۰" به منزله عدم تغییر در وضعیت بهداشت دهان این افراد منظور شده است. می خواهیم آزمون کنیم که آیا آموزش فوق در بهتر شدن بهداشت دهان این گونه افراد موثر بوده است؟

برای این کار ابتدا مواردی را که بدون تغییر بوده اند کنار می گذاریم و تعریف می کنیم:

n= تعداد مثبت ها + تعداد منفی ها = ۷+۳=۱۰

S = تعداد علامتهای منفی (یا مثبت)

S = ۳ تعداد منفی ها (در این مثال)

سپس احتمال دقیق را با استفاده از توزیع دو جمله ای[2] به دست می آوریم که در جداول مربوطه آمده است. با توجه به جدول p-value=۰/۱۷۲ به دست می آید که نشان دهنده عدم تأثیر معنی دار روش آموزش مورد بررسی در بهتر شدن بهداشت دهان در این گونه افراد می باشد.

در حالتی که تعداد نمونه زیاد باشد برای انجام آزمون از تقریب طبیعی استفاده می گردد و برای این کار ملاک آزمون عبارت خواهد بود از:

$$Z = \frac{\left|S - \frac{n}{2}\right| - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}$$

که تقریباً دارای توزیع طبیعی استاندارد می باشد. به عنوان مثال اگر n=۴۰ و S=۸ باشد خواهیم داشت:

---
[1] Sign test
[2] Binomial distribution

$$Z=\frac{\left|8-\frac{40}{2}\right|-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{40}}{2}}=3/637$$

که با مقایسه با جدول توزیع طبیعی معنی داری آزمون فوق با $p<$ ۰/۰۰۱ تا یید می شود.

آزمون من- ویتنی[۱]

این آزمون معادل آزمون t می باشد و زمانی به کار می رود که شرایط انجام آزمون t برقرار نباشد. برخی از این موارد عبارتند از:

- متغیر مورد مطالعه در جامعه از توزیع طبیعی برخودار نباشد.
- داده های مورد مطالعه دست کم از نوع ترتیبی باشند.
- تعداد نمونه کم باشد.
- پراکندگی (انحراف معیار) نمونه خیلی بزرگ باشد.

مثال: هجده کودک دبستانی که وضعیت بهداشتی مشابهی دارند به طور تصادفی به دو گروه هشت و ده نفره تقسیم شده اند. گروه اول به روش A و گروه دوم به روش B تحت آموزش بهداشت قرار گرفته اند. پس از مدتی وضعیت بهداشتی آنان بررسی و نمره های زیر به آنان داده شده است.

روش A	۸	۵	۱۸	۱۴	۲۰	۱۸	۱۵	۱۳		
روش B	۱۲	۶	۸	۷	۱۳	۳	۱۶	۶	۱۰	۹

جهت استفاده از آزمون من–ویتنی برای مقایسه دو روش آموزش به طریق زیر عمل می کنیم:

۱) داده های دو گروه را ادغام نموده و کل آنها را رتبه بندی می کنیم همانطور که اشاره شد به داده های مساوی میانگین رتبه ای آنها را اختصاص می دهیم.

۲) مجموع رتبه های اعداد نمونه کوچکتر را به دست می آوریم. در صورتی که تعداد عناصر دو گروه مساوی باشند یکی از آنها را به دلخواه انتخاب می کنیم.

T = (مجموع رتبه ای داده های گروه کوچکتر (در اینجا روش A)

۳) عدد به دست آمده را با جدول مربوطه که در پایان آمده است مقایسه می کنیم. نحوه استفاده از هر جدول در بالای همان جدول نوشته شده است. اگر تعداد داده ها زیاد باشد از تقریب طبیعی برای آزمون استفاده به عمل می آید.

---

۱ Mann-Withney test

آزمون دقیق فیشر[۱]

استفاده از توزیع کای- دو[۲] برای بررسی ارتباط بین دو متغیر، زمانی میسر است که تعداد نمونه ها زیاد باشد. یک قاعده نسبتاً روشن این است که:

۱) دست کم هشتاد درصد خانه های جدول دارای فراوانی **مورد انتظار[۳] با**لای ۵ باشند.

۲) فراوانی مورد انتظار تمام خانه ها بزرگتر از یک باشند.

توجه فرمایید که فراوانی مورد انتظار مورد نظر است و نه فراوانی مشاهده شده.

اگر خانه ای از جدول فراوانی مورد انتظار خیلی کوچکی داشته باشد مقدار χ^2 محاسبه شده را به طور غیر منتظره ای افزایش خواهد داد. برای مثال اگر فراوانی مشاهده شده خانه ای برابر یک (O=۱) و فراوانی مورد انتظار آن (E=۰/۱) باشد مقداری که این خانه به χ^2 اضافه می کند برابر:

$$\frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(1-0/1)^2}{0/1} = 8/1$$

است که خود به تنهایی برای معنی دار نشان دادن یک جدول ۲*۴ کافی است؛ به عبارت دیگر، چنین حالتی به طور کاذب، ارتباط بین دو متغیر را خیلی قوی نشان می دهد که ممکن است باعث گمراهی پژوهشگر شود. در این گونه موارد اگر خانه های با فراوانی مورد انتظار کوچک در جدولی داشته باشیم باید راه مناسب و معقولی را برای ادغام برخی سطرها یا ستونهای جدول بیابیم. ولی اگر این حالت در یک جدول ۲*۲ اتفاق افتد از آزمون دقیق فیشر استفاده می نماییم که ذیلاً با یک مثال به شرح آن می پردازیم.

مثال: داده های حاصل از یک کارآزمایی بالینی که برای مقایسه اثر یک دارو با اثر دارونما روی کاهش درد بیماران انجام شده است در جدول زیر آمده است.

فراوانی مشاهده شده

کاهش درد / گروه درمانی	داشته	نداشته	جمع
دارو	a=۸	b=۱	a+b=۹
دارونما	c=۴	d=۹	c+d=۱۳
جمع	a+c=۱۲	b+d=۱۰	n=۲۲

[۱] Fisher's Exact Test
[۲] Chi Square
[۳] Expected Frequency

فراوانی مورد انتظار

کاهش درد / گروه درمانی	داشته	نداشته	جمع
دارو	۴/۹	۴/۱	a+b=۹
دارونما	۷/۱	۵/۹	c+d=۱۳
جمع	a+c=۱۲	b+d=۱۰	n=۲۲

چنانچه ملاحظه می شود دو تا از خانه های جدول، فراوانی مورد انتظار کمتر از ۵ دارند. در این روش، خانه ای که کوچکترین فراوانی مشاهده شده را دارد در نظر گرفته و احتمال دقیق جدول مشاهده شده و نیز جدول (یا جداولی) که در آنها جمع های سطری و ستونی ثابت نگه داشته می شوند ولی به خانه مورد نظر فراوانی های کوچکتری اختصاص داده می شود را محاسبه می نماییم.
احتمال مشاهده هر جدول ۲*۲ به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{(a+b)!(c+d)!(a+c)!(b+d)!}{n!a!b!c!d!}$$

در این مثال خانه دارای کوچکترین فراوانی مشاهده عدد d=۱ می باشد؛ بنابراین، احتمال دو جدول زیر را باید محاسبه و با هم جمع کرد و به این طریق مقدار p به دست می آید:

۹	۰	**۹**
۳	۱۰	**۱۳**
۱۲	**۱۰**	**۲۲**

۸	۱	**۹**
۴	۹	**۱۳**
۱۲	**۱۰**	**۲۲**

$$p_2 = \frac{12!10!9!13!}{22!3!9!10!0!} = 0/00044$$

$$p_1 = \frac{12!10!9!13!}{22!4!8!9!1!} = 0/00995$$

$$p-value = p_1 + p_2 = 0/010$$

با جمع کردن دو احتمال محاسبه شده، مقدار p-value برابر ۰/۱۰ به دست می آید که نشان دهنده ارتباط معنی دار بین کاهش درد و نوع درمان می باشد.
نکته: علامت x! (خوانده می شود: x فاکتوریل) به این معنی است که اعداد از ۱ تا x را در هم ضرب می کنیم. برای مثال ۲۴=۱*۲*۳*۴=!۴ بنا به تعریف ۱=!۰ می باشد.

تمرین روشهای ناپارامتری

۱) در مطالعه ای اثر آسپیرین با دارونما در کاهش سر درد مقایسه شده است؛ ۱۰ بیمار آسپیرین و ۸ بیمار دارونما در یافت کرده اند. بعد از پایان دوره مطالعه، بیماران اندازه درد خود را روی خط کش درد (VAS) برمبنای ۰ تا ۱۰ به صورت زیر مشخص کرده اند. آزمون کنید آیا آسپیرین در کاهش سردرد بیماران به طور معنی داری موثر بوده است یا نه ؟

آسپیرین (n=۱۰)	۳/۱	۵/۶	۴/۵	۶/۲	۵/۱	۵/۲	۵/۵	۴/۱	۴/۳	۴/۲
دارونما (n=۸)	۷/۵	۸/۳	۹/۱	۶/۲	۵/۴	۸/۳	۶/۵	۸/۴		

۲) در یک مطالعه مورد-شاهدی که در مورد ارتباط سرطان پستان با مصرف قرص خوراکی ضد بارداری (OCP) انجام شده است ده زن دارای سرطان پستان، با ده زن بدون سرطان پستان که از نظر سن، طبقه اجتماعی اقتصادی، تعداد فرزندان و یائسه بودن، فرد به فرد جور (Match) شده اند، برای هر فرد مدت مصرف OCP بر حسب سال در جدول زیر ثبت شده است. طبق بررسی های انجام شده، مدت زمان مصرف OCP در هیچ کدام از گروهها دارای توزیع طبیعی نبوده است. بررسی کنید آیا اختلاف گروه مورد و شاهد از نظر مدت مصرف OCP معنی دار است؟

جفت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مورد	۲	۱۰	۷/۱	۲/۳	۳	۴/۱	۱۰	۱۰/۵	۱۲/۱	۱۵
شاهد	۱/۵	۹/۱	۸/۱	۱/۵	۳/۱	۵/۲	۱	۹/۶	۷/۶	۹

۳) در یک برنامه تحقیقی در زمینه رژیم غذایی ۱۲ داوطلب را انتخاب نموده اند تا طعم هر یک از دو نوع نوشیدنی A و B را بر مبنای یک مقیاس ترجیحی صفر تا ۱۰۰ نمره گذاری کنند. نتایج در جدول زیر آمده است. تعیین کنید آیا بین نمره هایی که به این دو نوشیدنی داده شده اند تفاوت معنی داری وجود دارد؟

شماره فرد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
نوشیدنی A	۷۰	۸۵	۷۳	۷۵	۶۵	۵۰	۸۰	۷۱	۴۲	۵۱	۷۲	۷۶
نوشیدنی B	۶۵	۴۱	۴۵	۸۰	۸۴	۵۰	۷۱	۵۲	۴۲	۷۸	۶۲	۳۸

۴) جدول زیر موارد حضور یا عدم حضور علامت خاص را قبل و بعد از درمان نشان می دهد. نقش این درمان در حذف علامت مورد نظر چگونه بوده است؟

		بعد از درمان	
		دارد	ندارد
قبل از درمان	دارد	۱۰	۱۵
	ندارد	۱	۱۰

۵) تعداد ۴۵ نفر بیمار مبتلا به آرتریت روماتوئید مقاوم به درمانهای اولیه، تحت درمان با قرص متوترکسات قرار گرفته و نتایج زیر حاصل شده است:

+ فروکش کامل ۳ | + بهبودی خوب ۲۱

+ بهبود نسبی ۱۲ | – عدم بهبودی ۹

با در نظر گرفتن علامت "-" برای عدم بهبودی و علامت "+" برای سایر موارد، آزمون کنید که آیا درمان فوق تاثیر معنی داری داشته است؟

۶) در مطالعه ای که به منظور بررسی تاثیر ملح خوراکی طلا (اورانوفین) در درمان بیماران مبتلا به آرتریت روماتوئید انجام شده است وضعیت کلی بیماران در شروع مطالعه و شش ماه پس از درمان به صورت زیر ارزیابی شده است. درباره تاثیر اورانوفین بحث کنید.

		شش ماه پس از درمان	
		مرحله ۲	مرحله ۳
شروع مطالعه	مرحله ۲	۸	۲
	مرحله ۳	۸	۳

۷) نتایج مطالعه ای که به منظور مقایسه دو روش درمانی برای کنترل خونریزی بیماران هموفیلی که تحت عمل جراحی خاصی قرار می گیرند انجام شده، در جدول زیر آمده است.

روش درمانی / عارضه خونریزی	A	B
بلی	۱	۳
خیر	۹	۱۲

بررسی نما یید که آیا بین داشتن خونریزی با روش درمانی ارتباطی وجود داشته است؟

تمرین قضاوت آماری

۱- جدول زیر، اطلاعات حاصل از یک مطالعه را که به منظور مقایسه دو روش جراحی A و B انجام شده است نشان می دهد. برای هر متغیر، روش آزمون مناسب را در ستون ۴ نوشته و دلیل خود برای انتخاب این روش را در ستون ۵ توضیح دهید.

متغیر	گروه A (n=۳۵)	گروه B (n=۳۸)	روش آزمون آماری مناسب	دلیل انتخاب روش آزمون آماری
FEV_1 بعد از یک ماه (mean±sd)	۹۴/۵±۲۵/۷	۹۷/۳±۱۷/۱		
اندازه درد بر اساس مقیاس VAS ۰-۱۰ (median)	۴/۹	۳/۴		
مدت اقامت در بیمارستان بر حسب روز (mean±sd)	۴/۲±۲/۹	۶/۷±۳/۶		
تعداد افرادی که در طول یک سال بعد از عمل، بیماری آنان عود کرده است.	۱۲	۸		
تعداد افرادی که در طول یک سال بعد از عمل، دچار عارضه شده اند.	۲	۷		

۲) در مطالعه ای تحت عنوان بررسی عوارض جسمی- روانی بعد از وازکتومی، تعدادی مرد داوطلب انتخاب و متغیرهای زیر در مورد آنها قبل از وازکتومی و سه ماه بعد از وازکتومی بررسی شده اند. در هر مورد روش آماری مناسب برای تجزیه و تحلیل را ذکر کنید.

الف) وضعیت روحی و روانی براساس یک آزمون خاص که بر طبق آن به افراد نمره داده می شود؛

ب) وضعیت هورمونی: آزمایشات FSH، LH، پرولاکتین و تستوسترون؛

ج) داشتن یا نداشتن افسردگی.

۳) مطالعه ای به منظور مقایسه درجه اعتماد به نفس کودکان مبتلا به یک بیماری مزمن و کودکان سالم ترتیب داده شده است. روش آماری مناسب برای این بررسی کدام است؟

۴) برای بررسی رابطه بین مواجهه مادران باردار با اشعه پرتونگاری و ناهنجاریهای نوزادان آنان:

الف) از چه روشهای مطالعه می توان استفاده کرد؟

ب_روش (های) آماری لازم کدامند؟

ج) چه شاخصهایی را می توان محاسبه کرد؟